

Aus dem Institut für Physiologie und Kardiologie
der Universität Erlangen-Nürnberg
Vorstand: Professor Dr. E. Wetterer

Die quantitative Bestimmung
der nichtlinearen Visko-Elastizität
von Arterien in vivo –
ein bisher ungelöstes Problem

dem Fachbereich Medizin
der Friedrich-Alexander-Universität
Erlangen-Nürnberg
als Habilitationsschrift

vorgelegt von
Dr. Rudolf Dietrich Bauer

1 9 7 7 № 2 1 1



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41546228_0055

Aus dem Institut für Physiologie und Kardiologie
der Universität Erlangen-Nürnberg

Vorstand: Professor Dr. E. Wetterer

Die quantitative Bestimmung
der nichtlinearen Visko-Elastizität
von Arterien in vivo –
ein bisher ungelöstes Problem



dem Fachbereich Medizin
der Friedrich-Alexander-Universität
Erlangen-Nürnberg
als Habilitationsschrift

vorgelegt von
Dr. Rudolf Dietrich Bauer



Tag der Habilitation : 30. Juni 1977

Inhaltsverzeichnis

	<u>Seite</u>
1. Einleitung	1
2. Druck-Durchmesserbeziehungen von Arterien in vivo	3
2.1. Methodik	3
2.2. Registrierbeispiele von Druck und Durchmesser	6
3. Nichtlinearität der Arterienwand	9
3.1. Modelle der Arterienwand	10
3.2. Nichtlinearität der Wandspannungs-Durchmesser- und der Druck-Querschnittsbeziehung von Arterien	15
3.3. Nichtlinearität des elastischen Verhaltens ...	17
3.4. Nichtlinearität des viskösen Verhaltens	24
4. Diskussion	29
4.1. Modelle der Arterienwand	29
4.2. Zur Frage der annähernden Linearität der Druck-Durchmesserbeziehungen von Arterien	33
5. Zusammenfassung	38
Literatur	40

1. Einleitung

Das mechanische Verhalten von Arterien läßt sich mit Hilfe der Begriffe Elastizität, Viskosität und Plastizität nahezu vollständig beschreiben. Das plastische Verhalten ist fast ausschließlich der glatten Gefäßmuskulatur zuzuordnen. Sieht man von dem plastischen Verhalten der Arterienwand ab, so zeigen Arterien unter statischen bzw. quasistatischen Versuchsbedingungen ein nichtlineares elastisches Dehnungsverhalten. Die Nichtlinearität äußert sich in einer gekrümmten Druck-Durchmesserbeziehung, wobei mit steigendem Druck der Durchmesser mit geringer werdender Steilheit zunimmt. Anders ausgedrückt, vermindert sich mit steigendem Druck bzw. zunehmender Wandspannung die elastische Dehnbarkeit aller Komponenten, aus denen die Arterienwand aufgebaut ist; ihre Elastizitätsmoduln nehmen also zu. Dieses elastische Verhalten der Arterienwände ist von zahlreichen Autoren untersucht worden und prinzipiell gut bekannt (Übersichten bei WETTERER und KENNER (1968) und McDONALD (1974)).

Unter dynamischen Versuchsbedingungen spielen neben den elastischen die viskösen Eigenschaften der Arterienwand eine wesentliche Rolle. Über dieses dynamisch-visko-elastische Verhalten liegen ebenfalls zahlreiche Untersuchungen vor (ältere Übersicht bei WETTERER und KENNER (1968), aus neuerer Zeit besonders BAUER und PASCH (1971), COX (1972), GOW et al. (1974), BUSSE et al. (1976)). Die meisten dieser Untersuchungen wurden an Arterien in vitro vorgenommen. Unter solchen Bedingungen ist es möglich, die Amplituden so klein zu halten, daß das elastische Verhalten von Arterien mit sehr guter Annäherung als linear angenommen werden darf. Bei dem Versuch, die visko-elastischen Eigenschaften an Arterien in situ unter Zuhilfenahme der natürlichen Druck-Durchmesserpulsationen zu ermitteln, stellt sich die Frage, wie stark die elastische Nichtlinearität im Bereich der natürlichen Blutdruckamplituden ausgeprägt ist. GOW und TAYLOR (1968) hielten die Nichtlinearität des elastischen Verhaltens der Arterien für so ausgeprägt, daß hämodynamische Berechnungen dadurch wesentlich verfälscht würden. KOBER und ARNDT (1970) dagegen berichten, daß die Druck-Durchmesserbe-

ziehung der A. carotis communis des Menschen im Bereich von 50 - 150 mm Hg in erster Näherung linear ist; die von den Autoren zur Durchmesserbestimmung verwendete Ultraschall-Echo-Methode ist allerdings bei weitem nicht so genau, daß diese Feststellung als verbindlich anerkannt werden müßte.

Bei visko-elastischen Körpern wie den Arterien muß man prinzipiell unterscheiden zwischen dem nichtlinearen elastischen und dem nichtlinearen viskösen Verhalten. Die Frage der Nichtlinearität des visko-elastischen Verhaltens der Arterienwände im Bereich der normalen Druckpulsationen ist von entscheidender Bedeutung für die Berechnung der Elastizitätsmoduln, für die Erklärung des Zustandekommens der verschiedenen Pulsformen im Arteriensystem sowie für die Berechnung des Übertragungsmaßes und des Wellenwiderstandes von Arterien aus Druck- und Durchmesserpulsationen. Bei nichtlinearen Systemen sind die einzelnen Fourier-Komponenten verschiedener Frequenzen nicht mehr unabhängig voneinander. Bei einer im Bereich der normalen Blutdruckamplitude sehr ausgeprägten Nichtlinearität der Arterien wäre es also nicht mehr möglich, nach einer Fourieranalyse von Pulsen die einzelnen Harmonischen von Druck und Durchmesser einander direkt zuzuordnen.

Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, festzustellen, wie stark die Nichtlinearität von Arterien in vivo im Bereich der normalen Blutdruckamplituden tatsächlich ausgeprägt ist. Dabei soll zuerst der Zusammenhang zwischen dem rein elastisch bedingten Druckanteil und dem Durchmesser und danach der Zusammenhang zwischen dem durch die Viskosität bedingten Druckanteil und dem zeitlichen Differentialquotienten des Durchmessers untersucht werden.

2. Druck-Durchmesserbeziehungen von Arterien in vivo

Zur Untersuchung des Zusammenhanges zwischen den Druckpulsationen und den zugehörigen Pulsationen des Durchmessers bzw. des Querschnitts von Arterien in vivo sind eine ganze Reihe von Methoden zur Bestimmung des Durchmessers angewendet worden. (Über-sichten bei RUSHMER (1966), WETTERER und KENNER (1968), BERGEL (1972) und COBBOLD (1974)). In diesem Abschnitt soll die hier verwendete Methodik beschrieben und Registrierbeispiele gezeigt werden.

2.1. Methodik

Die Untersuchungen wurden am Arcus aortae unmittelbar distal vom Abgang der A.subclavia sinistra, an der Aorta abdominalis kaudal der A.mesenterica inferior, an der A.femoralis und an der A.carotis communis von 6 Hunden (20 bis 35 kg Körpergewicht) in Nembutalnarkose (30 mg/kg zur Einleitung, 4 mg/kg/h zur Auf-rechterhaltung der Narkose) durchgeführt. Nach der Freilegung des Gefäßes wurde durch ständiges Befeuchten mit körperwarmer Tyrodelösung das Austrocknen der Gefäßwände verhindert.

Zur Druckmessung wurden Katheterspitzenmanometer (Millar PC 350 A) verwendet. Bei diesen Manometern erfolgt die Umwandlung des Drucks in ein elektrisches Signal mit Hilfe von Miniatur-Halbleiter-Elementen, deren elektrischer Widerstand dehnungsab-hängig ist. Die obere Grenzfrequenz dieses Systems liegt mit etwa 30 kHz weit über dem Bereich, der für die natürlichen Pulse im Arteriensystem von Bedeutung ist; die Nullpunktstabi-lität sowie die Empfindlichkeit sind ausgezeichnet (vgl. MILLAR und BAKER (1973)). Die Katheterspitzenmanometer wurden jeweils über Seitenäste in die zu untersuchenden Arterien eingeführt.

Die Durchmesserpulsationen wurden mit den an unserem Institut entwickelten Durchmessergebern aufgenommen. Diese Geber beruhen auf einem optischen Verfahren und arbeiten berührungsfrei. Der prinzipielle Aufbau der beiden hier verwendeten Geräte ist in Abb.1 wiedergegeben.

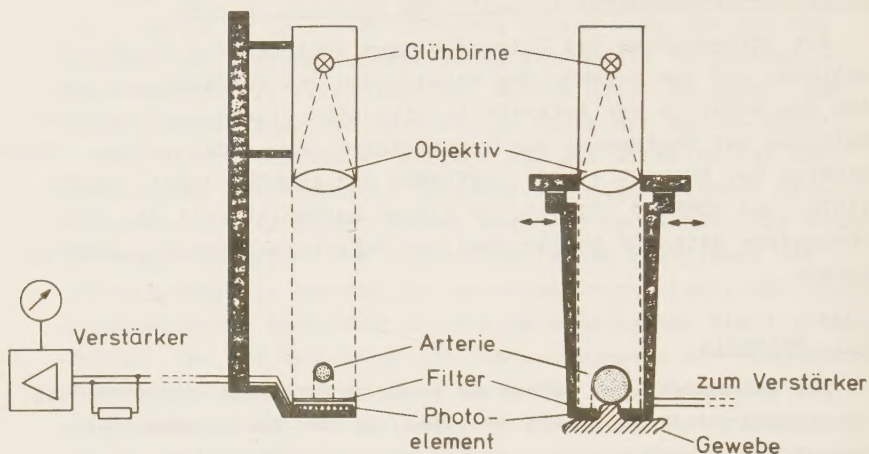


Abb.1. Prinzip der photoelektrischen Registrierung von Arterien-durchmessern

- a) Durchmessergeber mit einem einzigen Ausleger
- b) mit zwei Auslegern. Beschreibung im Text.

Da es sich um ein neues Verfahren handelt, soll hier kurz die Funktionsweise der Meßgeber beschrieben werden; ausführliche Beschreibungen finden sich bei BUSSE (1976) und bei WETTERER et al. (1977). Das von einer Glühlampe ausgesandte Licht wird mit einem Objektiv gebündelt und fällt auf ein (Abb.1a) bzw. auf zwei (Abb.1b) Photoelemente. Direkt über den Photoelementen sind Masken mit rechteckigen Ausschnitten sowie Graufilter angebracht. Letztere sind so gewählt, daß die Beleuchtungsstärken auf den Photoelementen in einem günstigen Arbeitsbereich liegen und daß praktisch keine Störung durch Streulicht auftritt.

Im Falle des Meßgebers mit einem einzigen Ausleger (Abb.1a), der zur Durchmesserbestimmung von leicht zugänglichen Arterien mittelgroßen Durchmessers (A.femoralis und A.carotis) dient, läuft die völlig freigelegte Arterie ohne Berührung über das Photoelement, sodaß die Breite des Arterien-schattens auf dem Photoelement wegen des parallelen Lichteinfalls dem äußeren Arterien-durchmesser entspricht. Bei dem anderen Meßgeber (Abb.1b)

sind die zwei Ausleger verschiebbar angebracht; somit braucht die Arterie, deren Durchmesser bestimmt werden soll, nicht völlig freigelegt zu werden. Wie in Abb.1b gezeigt, wird die Arterie mit den zwei Auslegern von beiden Seiten derart unterfahren, daß sie auf beide Photoelemente Schatten wirft, wobei auch hier gewährleistet ist, daß die Ausleger die Arterie nicht berühren. Dieser Meßgeber wurde bei den großen Arterien (Arcus aortae und Aorta abdominalis) angewendet.

Bei beiden Anordnungen sind die Lichtstärken der Glühlampen, die Durchlässigkeit der Graufilter und die Lastwiderstände der Photoelemente so aufeinander abgestimmt, daß sich die Ausgangsspannung des Verstärkers linear mit dem Außendurchmesser der jeweiligen Arterie ändert.

Die obere Grenzfrequenz der Geräte für die Wiedergabe der Durchmesserschwankungen liegt bei 2,6 kHz, wobei die Amplituden bis 200 Hz völlig unverändert sind. Die Phasennacheilung ist bis 100 Hz konstant gleich 0,2 msec, entsprechend einer Zunahme des Phasenwinkels von $0,07^\circ$ pro 1 Hz; oberhalb 100 Hz ist diese Zunahme mit der Frequenz etwas kleiner. Als Verstärker diente ein hochstabiler, rauscharmer Differenzverstärker (sog. Instrumentenverstärker AD 605 L).

Diese hier verwendeten Durchmessergeber sind bezüglich ihres Frequenzganges weitaus besser als alle bisher in der Literatur bekannt gewordenen Verfahren und ebenso wie die Druckregistrierung besser, als es an sich für die in den natürlichen Pulsen auftretenden Frequenzen nötig wäre.

Bei allen Registrierungen wurde darauf geachtet, daß Druck und Durchmesser jeweils genau an derselben Stelle der untersuchten Arterie aufgenommen wurden. Dies ist bei der Aufnahme von Druck-Durchmesserbeziehungen von entscheidender Bedeutung, da sich schon kleinste Zeitdifferenzen zwischen Druck und Durchmesser als wesentliche Veränderungen der Schleifen in den Druck-Durchmesserbeziehungen bemerkbar machen. Bei allen Versuchen wurden die Signale von Druck, Durchmesser und Ekg sowie ein von der R-Zacke ausgelöster Triggerimpuls auf Magnetband (Bell & Howell VR 3200 A) gespeichert. Die rechnerische Verarbeitung der Ergebnisse erfolgte mittels eines Digitalrechners (Hewlett Packard 2100 A); die Programme wurden in FORTRAN geschrieben.

2.2. Registrierbeispiele von Druck und Durchmesser

Im folgenden sind typische Registrierbeispiele für Druck und Durchmesser an den vier untersuchten Registrierstellen dargestellt. Diese Pulse wurden aus längeren Serien ausgewählt, wobei darauf geachtet wurde, daß sich bei den Druck-Durchmesserbeziehungen stabile Hysteresisschleifen ergaben, d.h. daß sich hier nur Blutdruckschwankungen 1. Ordnung bemerkbar machten. Dies ist sehr wichtig, da im Falle eines deutlichen Einflusses der respiratorischen Blutdruckschwankungen (Blutdruckschwankungen 2. Ordnung) oder gar bei einer Änderung des Kontraktionszustandes der glatten Gefäßmuskulatur (Blutdruckschwankungen 3. Ordnung) eine Aussage über das nichtlineare Verhalten von Arterien unter Verwendung der natürlichen Druck- und Durchmesserpulsationen sehr schwierig, wenn nicht unmöglich werden dürfte.

In Abb.2 sind Druck und Durchmesser des Arcus aortae des Hundes zu sehen. Abb.3 zeigt ein Beispiel für Druck und Durchmesser der Aorta abdominalis, Abb.4 der A.femoralis und Abb.5 der A.carotis; die hier gezeigten Registrierungen stammen aus Untersuchungen an verschiedenen Hunden.

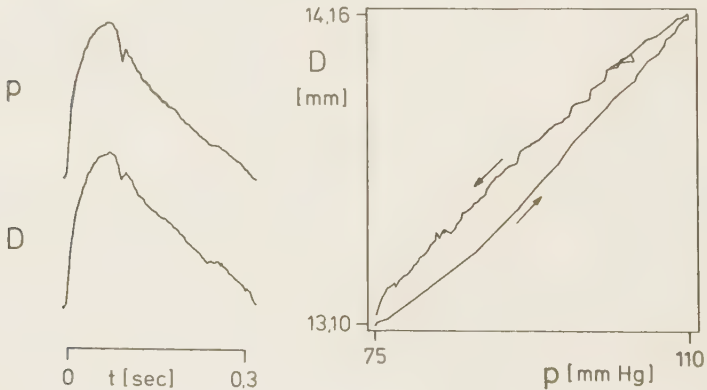


Abb.2. Druck (p) und Durchmesser (D) des Arcus aortae des Hundes. Links: p und D in Abhängigkeit von der Zeit. Rechts: p-D-Diagramm.

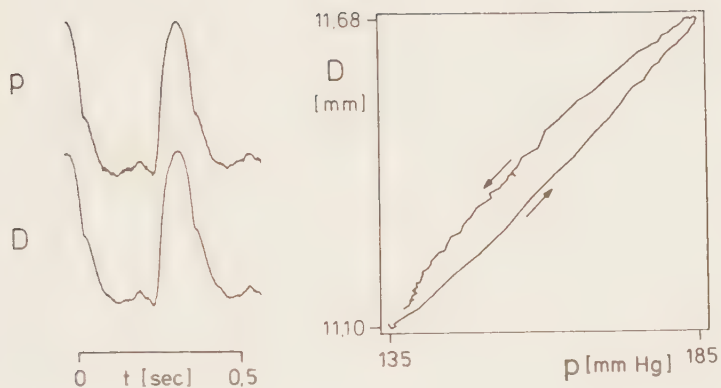


Abb. 3. Druck (p) und Durchmesser (D) der Aorta abdominalis des Hundes. Links: p und D in Abhängigkeit von der Zeit. Rechts: p-D-Diagramm für einen Pulszyklus.

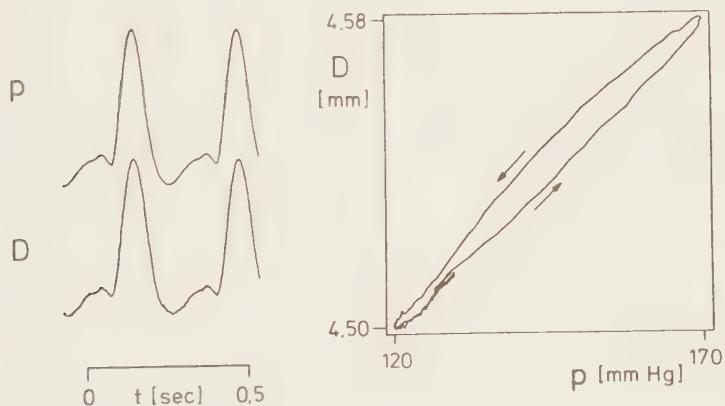


Abb. 4. Druck (p) und Durchmesser (D) der A. femoralis des Hundes. Links: p und D in Abhängigkeit von der Zeit. Rechts: p-D-Diagramm für einen Pulszyklus.

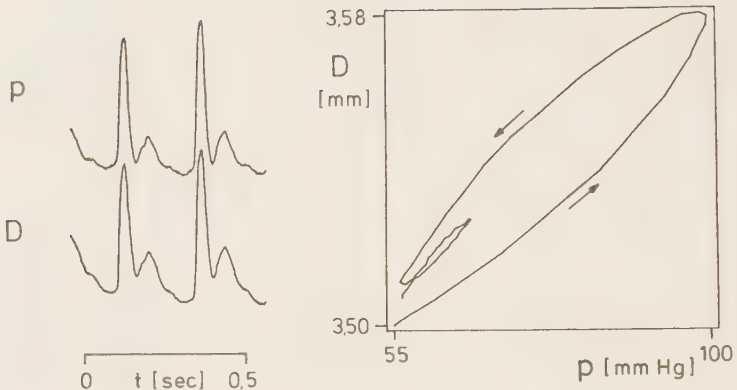


Abb.5. Druck (p) und Durchmesser (D) der A.carotis communis des Hundes. Links: p und D in Abhängigkeit von der Zeit. Rechts: p - D -Diagramm für einen Pulszyklus.

In allen Abbildungen sind jeweils links Druck und Durchmesser als Funktion der Zeit aufgetragen, während auf der rechten Seite die Druck-Durchmesser-Diagramme wiedergegeben sind. In allen Diagrammen zeigen sich mehr oder weniger stark ausgeprägte Hysteresisschleifen. Alle diese Schleifen werden im Gegenuhrzeigersinn durchlaufen, wie dies durch die Pfeile an den Kurven angedeutet ist, d.h. der Druck eilt jeweils dem Durchmesser voraus. Diese Phasenverschiebung ist Ausdruck für das visköse Verhalten der Arterienwände, das dem rein elastischen Verhalten überlagert ist. Soweit in den Pulsen eine dikrote Schwingung vorhanden ist, erzeugt diese im Druck-Durchmesser-Diagramm eine eigene kleine Schleife. Die Öffnung der Schleifen ist für die einzelnen Pulse recht unterschiedlich; sie hängt im wesentlichen vom Mitteldruck, vom Tonus der glatten Gefäßmuskulatur und insbesondere von der Geschwindigkeit der Druckänderungen, also von den Pulsformen, ab. So zeigen sich bei steilen und spitzen Pulsformen, wie im Beispiel der A. carotis in Abb.5, sehr weite Schleifen.

3. Nichtlinearität der Arterienwand

Zur Untersuchung der Nichtlinearität von Arterien muß man im Falle der natürlichen Pulse prinzipiell unterscheiden zwischen der Nichtlinearität des elastischen und der Nichtlinearität des viskösen Verhaltens. Die Druck-Durchmesserbeziehungen von in vivo registrierten Pulsen zeigen aufgrund des visko-elastischen Verhaltens der Arterienwände Hysteresisschleifen, wie sie in den Abbildungen 2 bis 5 zu sehen sind. Diese Schleifen verdecken sowohl das nichtlineare Verhalten der elastischen als auch dasjenige der viskösen Wandelemente, sodaß aus den Druck-Durchmesser-Diagrammen für keinen der beiden Fälle unmittelbar der Grad der Nichtlinearität zu erkennen ist. Um dies zu ermöglichen, müssen die Schleifen in den Diagrammen zum Verschwinden gebracht werden. Der Grundgedanke zur Lösung dieses Problems besteht darin, auf rechnerischem Wege zum einen den rein elastischen Druck (p_{el}) zu ermitteln und gegen den registrierten Durchmesser (D) aufzutragen, zum anderen den rein viskösen Druck (p_{vis}) zu ermitteln und diesen gegen die zeitliche Änderung des Durchmessers (dD/dt) aufzutragen, um so das Ausmaß der jeweiligen Nichtlinearität zu erkennen. Das Kriterium dafür, ob man den "wahren" elastischen Druck bzw. den "wahren" viskösen Druck ermittelt hat, ist dabei, daß in einem p_{el} -D-Diagramm wie auch in einem p_{vis} - dD/dt -Diagramm keine Schleifen mehr vorhanden sein dürfen, da zum einen p_{el} nur von D, zum anderen p_{vis} nur von dD/dt abhängig ist, also jeweils zwischen den zusammengehörigen Größen keine Phasenverschiebungen vorhanden sein können.

Der gemessene transmurale Druck p_{gem} läßt sich darstellen als die Summe aus dem elastischen Druck p_{el} und dem viskösen Druck p_{vis}

$$p_{gem} = p_{el} + p_{vis} \quad (1)$$

Die Berechnungen von p_{el} und p_{vis} erfolgen auf der Grundlage von Modellen für die Arterienwand. Deshalb sollen zunächst die hier verwendeten Modelle beschrieben werden.

3.1. Modelle der Arterienwand

Zur Analyse der visko-elastischen Eigenschaften der Arterienwand bedient man sich mit Vorteil bestimmter Modelle. Prinzipiell ist zwischen zwei Arten von Modellen zu unterscheiden. Die Modelle der einen Art sind nur aus passiven Elementen aufgebaut, während die der anderen Art neben den passiven auch aktive Elemente enthalten. Mit aktiven Elementen kann man z.B. die Kontraktion der glatten Gefäßmuskulatur nachahmen. Da die Untersuchung der Nichtlinearität der Arterienwand nur bei konstantem Tonus der Gefäßmuskulatur vorgenommen wird, kommen hier nur rein passive Modelle in Betracht.

Unter den passiven Modellen sind solche zu nennen, die Festkörpereigenschaften, und solche, die Flüssigkeitseigenschaften aufweisen. Eine übersichtliche Zusammenstellung solcher Modelle wurde von FLÜGGE (1975) angegeben. Arterien, bei denen sich der Tonus der Muskularis nicht ändert, zeigen die Eigenschaften von Festkörpern, d.h. sie erreichen nach einem Drucksprung einen größeren, konstanten Durchmesser auf einem gegenüber dem Ausgangsniveau erhöhten Druck. Im Gegensatz hierzu ändern Körper mit Fließeigenschaften nach einem Sprung des Drucks bzw. der deformierenden Kraft ihre Form so lange, wie diese Kraft anhält. Somit sind für die hier angestellten Betrachtungen nur Modelle mit Festkörpereigenschaften geeignet.

Alle passiven Modelle der Arterienwand sind aus zwei Grundelementen aufgebaut, einer elastischen Komponente, die als Feder, und einer viskösen Komponente, die durch eine Dämpfungseinrichtung ("Dämpfungstopf") symbolisiert wird. Die letztere besteht aus einer Scheibe, die in einem mit einer viskösen Flüssigkeit gefüllten Topf beweglich angebracht ist. Diese beiden Elemente sind in Abb.6 in ihrer symbolischen Darstellungsweise gezeigt.

Zwischen hydrodynamischen bzw. mechanischen Größen einerseits und elektrischen Größen andererseits lassen sich weitreichende formale Analogien aufzeigen (LANDES (1942), RONNIGER (1954), RÖDENBECK (1967) und WETTERER und KENNER (1968), §21). So entspricht der Feder (E) im mechanischen Bild ein Kondensator (C) im elektrischen Bild und einem Dämpfungstopf (F) ein Ohmscher Widerstand (R), wie dies in Abb.6 dargestellt ist.

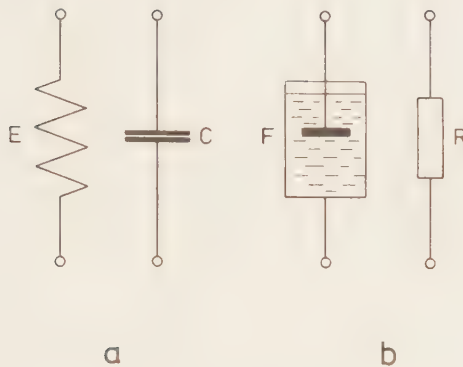


Abb.6. a) Feder (E) als Modell eines elastischen Elementes der Arterienwand und Kondensator (C) als elektrisches Analogon. b) Dämpfungstopf (F) als Modell eines viskösen Elementes der Arterienwand und Ohmscher Widerstand (R) als elektrisches Analogon.

Da sich viele Beziehungen im elektrischen System leichter und zweckmäßiger formulieren lassen, soll auch hier von diesen Analogien Gebrauch gemacht werden. Die hier benötigten mechanischen Größen sind mit ihren elektrischen Analogien in Tab.1 aufgeführt. Bei der Untersuchung von Druck-Durchmesserbeziehungen ist es bequem, ein mechanisches Dimensionssystem zu verwenden, bei dem Druck, Länge und Geschwindigkeit Grundgrößen sind (vgl. dazu WETTERER und KENNER (1968), S.115). Zu beachten ist, daß in diesem System Größen wie Reibungswiderstand oder elastische Weibarkeit auf eine Fläche bezogen sind.

Das einfachste Modell für einen visko-elastischen Festkörper ist die Parallelschaltung von Feder und Dämpfungstopf entsprechend Abb.7a. Dieses Modell wird in der Hämodynamik meist als Voigt-Modell bezeichnet. Läßt man an einem solchen Modell am Punkt K eine Kraft einwirken, wie dies durch den Pfeil angedeutet ist, dann liefert die Feder eine der Dehnung proportionale Gegenkraft, während der Dämpfungstopf eine Gegenkraft erzeugt, die der Dehnungsgeschwindigkeit proportional ist.

Das elektrische Analogon zu diesem Modell ist die Serienschaltung einer Kapazität C mit einem Ohmschen Widerstand R (Abb.7b).

Tabelle 1. Analogiebeziehungen zwischen mechanischen und elektrischen Größen.

Mechanische Größen	Bezeichnung	Dimension	Elektrische Größen	Bezeichnung	Dimension
Druck	p	$\frac{\text{dyn}}{\text{cm}^2}$ bzw. mmHg	Spannung	U	Volt
Durchmesser	D	cm bzw. mm	Ladung	Q	Coulomb
Geschwindigkeit	$v (=dD/dt)$	$\frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ bzw. mm/sec	Stromstärke	I	Ampère
Reibungswiderstand, bezogen auf die Ein- heit der Querschnitts- fläche der Wand senk- recht zur Dehnung	F	$\frac{\text{dyn} \cdot \text{sec}/\text{cm}^2}{\text{bzw. mmHg} \cdot \text{sec}}$ mm	Ohmscher Wider- stand	R	Ohm
Compliance, bezogen auf die Einheit der Querschnittsfläche der Wand senkrecht zur Dehnung (Elastischer Dehnungswiderstand)	$C' (=1/E)$	$\frac{\text{cm}^3/\text{dyn}}{\text{bzw. mm/mmHg}}$	Kapazität	C	Farad

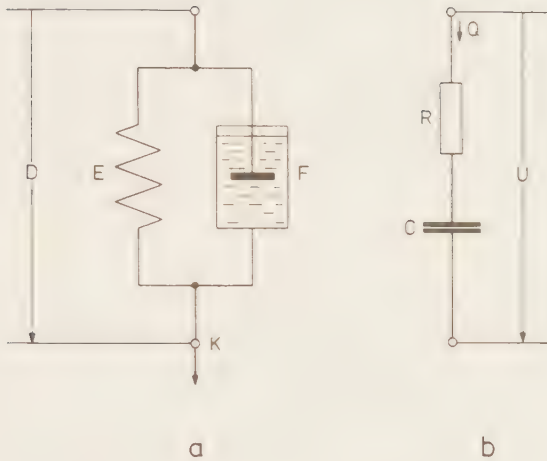


Abb.7. Voigt-Modell a) mechanisches Modell, bestehend aus Feder (E) mit parallelgeschaltetem Dämpfungstopf (F), b) elektrisches Modell, bestehend aus der Serienschaltung von Ohmschem Widerstand (R) und Kondensator (C).

Für dieses RC-Glied läßt sich der Zusammenhang zwischen der Spannung U, die an diesem RC-Glied abfällt, und der Ladung Q angeben als

$$U = Q/C + R \cdot dQ/dt \quad (2)$$

Unter Ausnutzung der formalen Analogien zwischen den mechanischen und den elektrischen Größen nach Tab.1 kann der Zusammenhang zwischen dem gemessenen Druck p_{gem} und dem Durchmesser D für dieses Arterienmodell folgendermaßen geschrieben werden

$$p_{gem} = E \cdot D + F \cdot \frac{dD}{dt} \quad (3)$$

Der Druck setzt sich also aus zwei Teilen zusammen, dem elastischen Anteil

$$p_{el} = E \cdot D \quad (4)$$

und dem viskösen Anteil

$$p_{vis} = F \cdot \frac{dD}{dt} \quad (5)$$

Bei einer rhythmischen Änderung des Druckes ergibt sich für das Voigt-Modell in einem p-D Diagramm eine Schleife, die den Schleifen in den Abbildungen 2 bis 5 entspricht. Die zeitliche Ableitung des Durchmessers $\frac{dD}{dt}$ ist richtungsabhängig, denn bei einer Zunahme von D ist der Differentialquotient positiv, bei einer Abnahme von D negativ. Deshalb ergeben sich bei periodischen Druckänderungen in den Druck-Durchmesserbeziehungen Hysteresisschleifen.

Da sich bei der hier durchgeführten Untersuchung der Nichtlinearität der Arterien gezeigt hat, daß das Voigt-Modell mit einigen Modifikationen zur Behandlung des Problems ausreicht, kann hier auf eine Darstellung komplizierter Modelle, wie sie zahlreich in der Literatur Verwendung finden, verzichtet werden.

Nun soll nach einer Betrachtung der Wandspannungs-Querschnittsbeziehungen der Zusammenhang zwischen dem elastischen Druck und dem Durchmesser und anschließend der zwischen dem viskösen Druck und der zeitlichen Änderung des Durchmessers anhand der Druck-Durchmesserbeziehungen von natürlichen Fäßen untersucht werden.

3.2 Nichtlinearität der Wandspannungs-Durchmesser- und der Druck-Querschnittsbeziehung von Arterien

Die für die Beschreibung der mechanischen Eigenschaften von Arterien physikalisch bedeutungsvolle Größe ist nicht der transmurale Druck, sondern die tangentielle Wandspannung σ_t . Diese errechnet sich für eine Wandschicht, deren Radius r_m durch die Beziehung

$$r_m = (r_i \cdot r_a)^{1/2} \quad (6)$$

gegeben ist, wobei r_i den Innen- und r_a den Außenradius bedeutet, zu

$$\sigma_t(r_m) = \frac{p \cdot r_i}{h} \quad (7)$$

Die aus Gl.(7) berechnete Spannung $\sigma_t(r_m)$ ist gleich der über die Wanddicke gemittelten Spannung. (FRANK (1920), WETTERER und KENNER (1968), § 24).

Bei dynamischen, d.h. zeitliche abhängigen transmuralen Drucken, wie sie in vivo vorliegen, ist folgendes zu beachten: Gl.(7) gilt, wie ihre Herleitung zeigt, für statische oder quasistatische Zustände, bei denen die durch den Druck p in der Wand erzeugte Kraft mit der durch die tangentielle Wandspannung hervorgerufenen Kraft im Gleichgewicht steht. Von den beiden Anteilen des transmuralen Drucks, dem elastischen Druck p_{el} und dem viskösen Druck p_{vis} , steht nur p_{el} mit der Wandspannung im Gleichgewicht, und man muß deshalb in Gl.(4) p_{el} einsetzen. Der visköse Anteil des Drucks sorgt nur für die Überwindung der inneren Wandreibung. Somit muß einer Berechnung von σ_t immer erst die Trennung des gemessenen Druckes p in den elastischen p_{el} und den viskösen Druck p_{vis} vorausgehen, d.h. die hier vorgenommene Untersuchung der Druck-Durchmesserbeziehungen von Arterien ist Voraussetzung zur Berechnung der tangentialen Wandspannung.

Zur Berechnung des komplexen Querwiderstandes von Arterien benötigt man nicht den Durchmesser, sondern den inneren Querschnitt q_i :

$$q_i = r_i^2 \cdot \pi \quad (8)$$

Somit muß in diesen Fällen statt der Druck-Durchmesser- bzw. der Druck-Radiusbeziehung die Druck-Querschnittsbeziehung von Arterien bezüglich ihrer Linearität untersucht werden. Man kann aber aus folgenden Betrachtung erseren, daß die zeitlichen Änderungen von Innenradius und Innenquerschnitt einer Arterie einen praktisch übereinstimmenden Verlauf besitzen. Der Radius einer Arterie $r_1(t)$ läßt sich darstellen als die Summe aus einem konstanten mittleren Radius r_m und einem zeitlich abhängigen Anteil $r_1(t)$:

$$r_1(t) = r_m + r_1(t). \quad (9)$$

Der Querschnitt $q_1(t)$ der Arterie ergibt sich durch Einsetzen von Gl. (9) in Gl. (6) zu

$$q_1(t) = (r_m^2 + 2 \cdot r_m \cdot r_1(t) + r_1^2(t)) \cdot \pi. \quad (10)$$

$r_1(t)$ beträgt bei den hier untersuchten Arterien im Bereich der normalen Blutdruckamplituden höchstens 10 % von r_m ; $r_1^2(t)$ kann deshalb in Gl. (10) vernachlässigt werden, sodaß sich der Querschnitt in guter Näherung ergibt zu

$$q_1(t) = (r_m^2 + 2 \cdot r_m \cdot r_1(t)) \cdot \pi. \quad (11)$$

Der Querschnitt zeigt also einen gleichartigen zeitlichen Verlauf wie der Radius bzw. der Durchmesser. Daher weist auch die Druck-Querschnittsbeziehung praktisch den gleichen Verlauf wie die Druck-Durchmesserbeziehung auf. Ist also die Druck-Durchmesserbeziehung in dem untersuchten Bereich linear, dann weist auch die Druck-Querschnittsbeziehung nur sehr wenig von der Linearität ab.

Es sei hier noch darauf hingewiesen, daß im Falle einer Abweichung der p-D-Beziehung von der Linearität die Abweichung der p-Q-Beziehung vom linearen Verhalten kleiner ist, da der Querschnitt mit wachsenden Druck mehr zunimmt als der Radius.

Insgesamt laßt sich also sagen, daß in den Fällen, in denen die Druck-Durchmesserbeziehung von Arterien hinsichtlich der Linearität verifiziert werden kann,

3.3. Nichtlinearität des elastischen Verhaltens

Im bisher üblichen Voigt-Modell entsprechend Abb. 7a ist die Kapazität C bzw. die auf die Flächeneinheit bezogene Weirheit E konstant angesetzt. Zur Untersuchung der Nichtlinearität von C bzw. E muß das Voigt-Modell dahingehend modifiziert werden, daß C bzw. E als Funktion des Durchmessers (oder des Drucks) zugelassen wird, wobei hier untersucht werden soll, wie stark diese Abhängigkeit ausgeprägt ist. Dieses abgewandelte Voigt-Modell ist in seiner Version als elektrisches Schaltbild in Abb. 8a wiedergegeben.

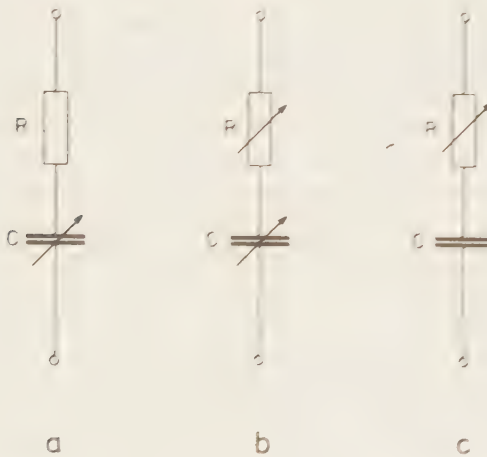


Abb. 8. Modifikationen des Voigt-Modells
a) konstanter Widerstand (R) und variabler Kondensator (C),
b) variabler Widerstand (R) und konstanter Kondensator (C),
c) variabler Widerstand (R) und variabler Kondensator (C).

Aus der Gl. (1) erhält man den elastischen Druck p_{el} für das abgewandelte Voigt-Modell, in dem man den viskösen Druck nach Gl. (5) einsetzt

$$p_{el} = p_{gem} - F \cdot \frac{d\epsilon}{dt}$$

In dieser Gleichung sind p_{el} und F unbekannt. Zur Berechnung von p_{el} geht man deshalb so vor, daß man sich einen beliebigen Wert F , z.B. $F = 0,001$, vorgibt und in Gl.(12) einsetzt. Die Berechnung von p_{el} und die Darstellung der p_{el} -D-Schleife wird mit dem Digitalrechner durchgeführt. Zur Auswertung der Gl.(12), also zur Berechnung von p_{el} , wird vom gemessenen Druck p_{gem} die mit F multiplizierte zeitliche Ableitung des Durchmessers abgezogen und das so erhaltene p_{el} gegen den Durchmesser D auf dem Display des Digitalrechners dargestellt. Falls in dem p_{el} -D-Diagramm noch eine entgegen dem Uhrzeigersinn durchlaufene Schleife vorhanden ist, wird F z.B. um 0,001 erhöht, wiederum p_{el} nach Gl. (12) mit diesem größeren F berechnet und das p_{el} -D-Diagramm auf dem Display dargestellt. F wird auf diese Weise solange erhöht, bis die Schleife verschwunden bzw. minimal geworden ist und bei weiterer Erhöhung sich wieder öffnen und im Uhrzeigersinn umlaufen würde. Dieses Vorgehen soll anhand von zwei typischen Beispielen demonstriert werden. Das erste Beispiel (Abb.9) zeigt die Ermittlung des geeigneten Faktors F für die Pulse des Arcus aortae aus Abb.2.

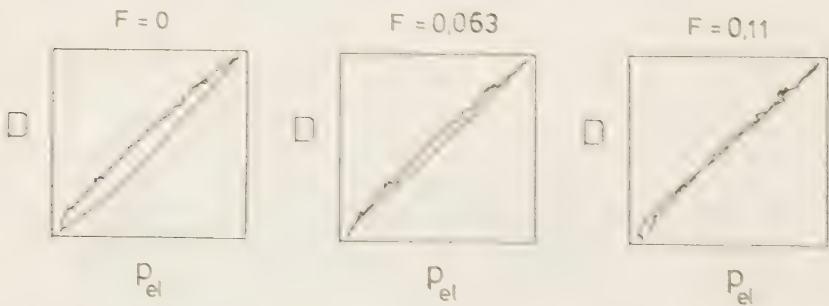


Abb.9. Elastischer Druck p_{el} - Durchmesser D - Diagramme des Arcus aortae des Hundes. p_{el} ist mit dem jeweils oben angegebenen F nach Gl.(12) p_{el} berechnet. F ist in $\text{mm Hg} \cdot \text{sec} / \text{mm}$ angegeben.

Ausgehend von $F = 0$, also der ursprünglichen p -D Beziehung, nimmt die Schleifenöffnung mit zunehmendem F ab, um bei einem Wert von $F = 0,11$ die kleinste Öffnung zu zeigen. Das zweite Beispiel (Abb.10) zeigt das entsprechende Aufsuchen des optimalen Faktors F für die Pulse der A.carotis aus Abb.5.

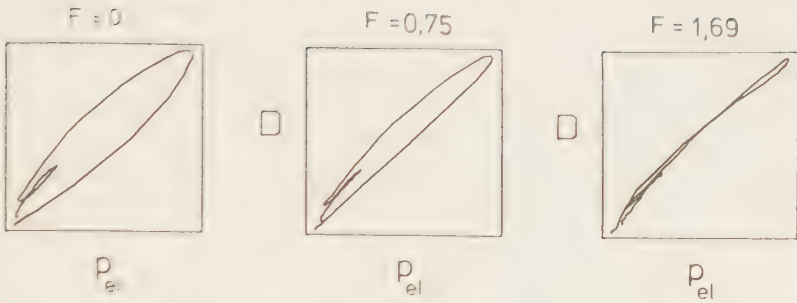


Abb.10. Elastischer Druck (p_{el}) - Durchmesser (D) - Diagramme der A. carotis communis des Hundes. p_{el} ist mit dem jeweils oben angegebenen F nach Gl.(12) berechnet. F ist in mm Hg · sec/mm angegeben.

Hier wird ebenfalls die Schleifenöffnung mit wachsendem Faktor F kleiner, um schließlich ein Minimum bei $F = 1,69$ zu erreichen.

In beiden Fällen, wie auch in allen übrigen, verschwindet bei dem optimalen Wert von F die Schleife nicht vollständig, sondern es bleiben kleine Schleifen übrig, die in Form einer "8" durchlaufen werden, also im unteren Teil im Uhrzeigersinn, im oberen Teil im Gegenuhrzeigersinn. Dieses Verhalten ist an allen Druck-Durchmesserschleifen zu sehen, wobei lediglich jeweils der Faktor F, bei dem die Schleifenöffnung minimal wird, unterschiedlich ist. Aus diesen Ergebnissen kann man erkennen, daß das abgewandelte Voigt-Modell nach Abb.8a als erste Näherung zwar recht gut das Verhalten der Arterienwand im Bereich der normalen Blutdruckamplitude wiedergibt, daß dieses Modell aber die visko-elastischen Eigenschaften der Arterienwand nicht vollständig beschreiben kann. Mit dem einfachen Ansatz nach Gl.(5) lassen sich die Schleifen in den p_{el} -D-Diagrammen nicht völlig beseitigen.

Bei all diesen Untersuchungen hatte sich gezeigt, daß der Faktor F im Verlauf eines Pulses nicht konstant ist, sondern von der zeitlichen Änderung des Durchmessers, also von der

Geschwindigkeit, mit der die Arterienwand ausgelenkt wird, abhängt. Somit ist eine zusätzliche Erweiterung des Voigt-Modells notwendig: es muß auch noch der Widerstand im elektrischen Bild des Voigt-Modells variabel angenommen werden, wie dies in Abb.8a angegeben ist.

Der allgemeine Ansatz für F als Funktion der zeitlichen Änderung des Durchmessers lautet in der ersten Näherung

$$F = F_1 + F_2 \cdot \left| \frac{dD}{dt} \right| \quad . \quad (13)$$

Die Betragsstriche bei der zeitlichen Ableitung des Durchmessers sind deshalb nötig, weil F als der Reibungswiderstand pro Fläche (vgl. Tab.1) unabhängig von der Richtung sein muß, in der sich der Durchmesser ändert.

Setzt man F aus Gl.(13) in Gl.(12) ein, so erhält man für den elastischen Druck

$$p_{el} = p_{gem} - (F_1 + F_2 \cdot \left| \frac{dD}{dt} \right|) \frac{dD}{dt} \quad . \quad (14)$$

Man geht jetzt wieder entsprechend den obigen Angaben vor, wobei in diesem Fall die beiden Faktoren F_1 und F_2 unbekannt sind. Man gibt sich deshalb zuerst die Werte $F_2 = 0$ und z.B. wieder $F_1 = 0,001$ vor, berechnet p_{el} nach Gl.(14) und stellt dies in Abhängigkeit von D auf dem Display dar. Nun wird F_1 solange variiert, bis die Schleifenöffnung minimal geworden ist. Anschließend hält man F_1 konstant auf dem zuletzt erhaltenen Wert und variiert F_2 , bis die Schleifenöffnung noch kleiner geworden ist, dann wiederum F_1 bei konstant gehaltenem F_2 usw., und verändert auf diese Weise die beiden Faktoren solange, bis die Schleife in der untersuchten p_{el} -D-Beziehung verschwunden ist. Als Beispiel seien wieder die Registrierungen aus den Abbildungen 9 und 10 herangezogen. Es zeigt sich, daß es mit dem Ansatz entsprechend Gl.(13) sowohl für die Pulse des Arcus aortae (Abb.11) als auch für die Pulse der A.carotis communis (Abb.12) gelingt, die Schleifen praktisch vollständig zu beseitigen. Dieser Ansatz (Gl.(13)) bringt somit eine entscheidende Verbesserung des Modells für die Arterienwand.

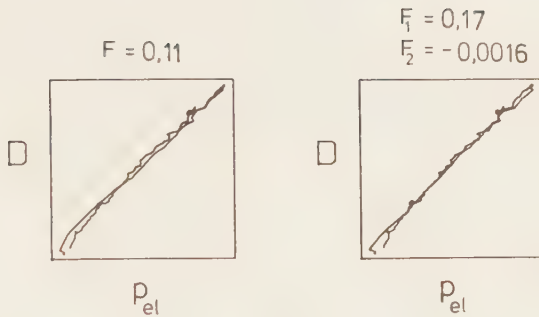


Abb.11. Elastischer Druck (p_{el}) - Durchmesser (D) - Diagramme des Arcus aortae des Hundes. Links: p_{el} mit dem oben angegebenen F berechnet nach Gl.(12). Rechts: p_{el} mit den oben angegebenen Faktoren F_1 und F_2 berechnet nach Gl.(14). F , F_1 und F_2 sind in $\text{mm Hg} \cdot \text{sec}^2/\text{mm}^2$ angegeben.

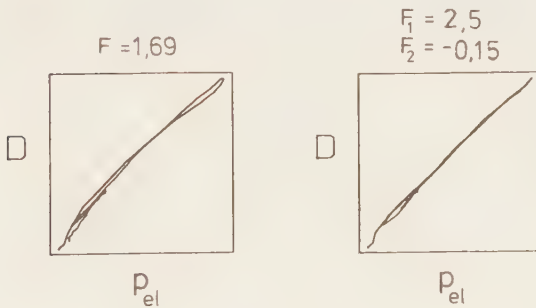


Abb.12. Elastischer Druck (p_{el}) - Durchmesser (D) - Diagramme der A.carotis communis des Hundes. Links: p_{el} mit dem oben angegebenen F berechnet nach Gl.(12). Rechts: p_{el} mit den oben angegebenen Faktoren F_1 und F_2 berechnet nach Gl.(14). F , F_1 und F_2 sind in $\text{mm Hg} \cdot \text{sec}^2/\text{mm}^2$ angegeben.

In den Abbildungen 13 bis 16 sind die Ergebnisse für die Pulsregistrierungen aus den Abbildungen 2 bis 5 dargestellt, wobei jeweils die Faktoren F_1 und F_2 , mit denen das beste Ergebnis erhalten wurde, angegeben sind. Es sei hier noch

ausdrücklich darauf hingewiesen, daß in allen Fällen der Faktor F_2 negativ ist, daß also insgesamt der Faktor F mit zunehmender Geschwindigkeit der Wand kleiner wird.

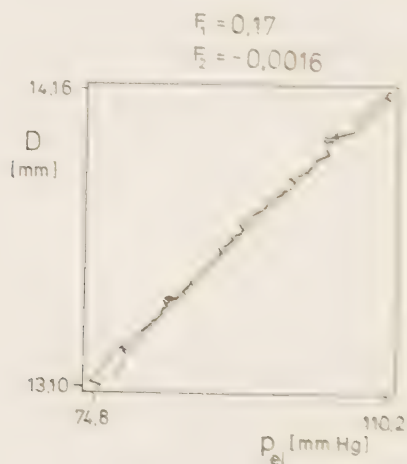


Abb. 13. Elastischer Druck p_{el} - Durchmesser D - Diagramm des Arcus aortae des Hundes. Die Faktoren F_1 und F_2 , mit denen p_{el} nach Gl. 14) errechnet wurde, sind in $\text{mm Hg} \cdot \text{sec}/\text{mm}$ bzw. $\text{mm Hg} \cdot \text{sec}^2/\text{mm}^2$ angegeben.

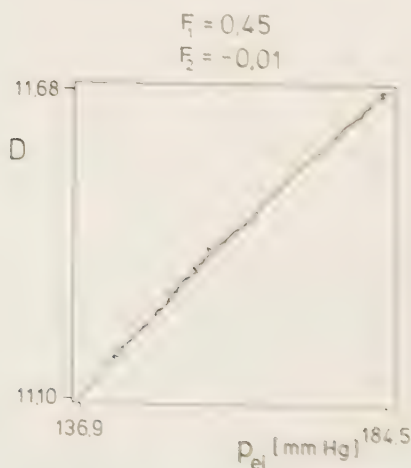


Abb. 14. Elastischer Druck p_{el} - Durchmesser D - Diagramm der Aorta abdominalis des Hundes. Die Faktoren F_1 und F_2 , mit denen p_{el} nach Gl. 14) errechnet wurde, sind in $\text{mm Hg} \cdot \text{sec}/\text{mm}$ bzw. $\text{mm Hg} \cdot \text{sec}^2/\text{mm}^2$ angegeben.

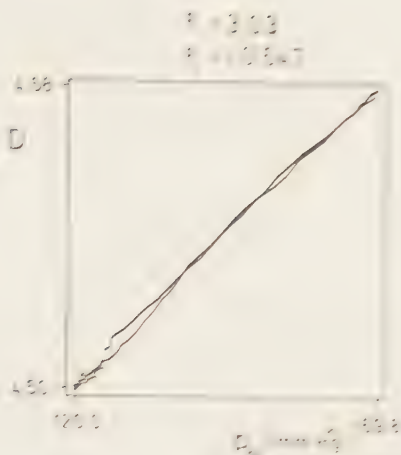


Abb.15. Elastischer Druck (p_{el}) - Durchmesser (D) - Diagramm der A.femoralis des Hundes. Die Faktoren F_1 und F_2 , mit denen p_{el} nach Gl.(14) errechnet wurde, sind in $\text{mm Hg} \cdot \text{sec}/\text{mm}$ bzw. $\text{mm Hg} \cdot \text{sec}/\text{mm}^2$ angegeben.

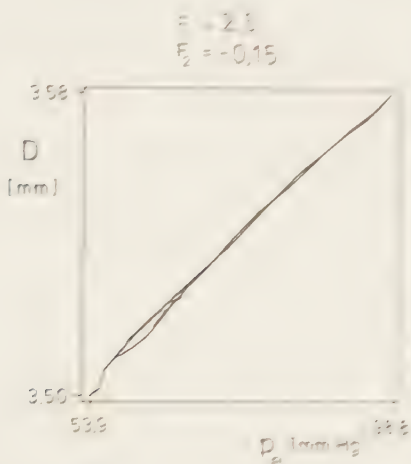


Abb.16. Elastischer Druck (p_{el}) - Durchmesser (D) - Diagramm der A.carotis communis des Hundes. Die Faktoren F_1 und F_2 , mit denen p_{el} nach Gl.(14) errechnet wurde, sind in $\text{mm Hg} \cdot \text{sec}/\text{mm}$ bzw. $\text{mm Hg} \cdot \text{sec}/\text{mm}^2$ angegeben.

3.4. Nichtlinearität des viskösen Verhaltens

Bei der Untersuchung der Nichtlinearität des elastischen Verhaltens der Arterienwand hatte sich gezeigt, daß mit dem Ansatz $F = F_1 + F_2 |dD/dt|$ (Gl.(13)) das visköse Verhalten der Arterien sehr gut beschrieben werden kann. Dabei ergibt sich der visköse Druck, wie der Vergleich der Gleichungen (1) und (14) zeigt, zu

$$p_{vis} = (F_1 + F_2 |dD/dt|) dD/dt \quad . \quad (15)$$

Dieses Ergebnis soll im vorliegenden Abschnitt überprüft werden. Es läßt sich nämlich der visköse Druck auch auf eine der Ermittlung des elastischen Drucks äquivalente Art gemäß dem Vorgehen in 3.3. gewinnen. Für diese Untersuchung ist es nötig, noch eine Modifikation des Voigt-Modells durchzuführen und im elektrischen Ersatzschaltbild nur R als variabel anzunehmen, da jetzt die Nichtlinearität dieses Widerstandes untersucht werden soll, während C konstant gesetzt ist (Abb.8c). Dieses Vorgehen ist sinnvoll, da sich bezüglich des elastischen Verhaltens gezeigt hat, daß E bzw. C im Bereich der normalen Blutdruckamplitude praktisch konstant ist (vgl. Diskussion). Prinzipiell läßt sich die gleiche Berechnung auch für den allgemeinen Fall eines variablen R und eines variablen C, wie in Abb.8b angegeben, durchführen.

Zur Feststellung der Nichtlinearität der Arterienwand in Bezug auf das visköse Verhalten geht man wieder von Gl.(1) aus und löst diese nach dem viskösen Druck p_{vis} auf

$$p_{vis} = p_{gem} - p_{el} \quad . \quad (16)$$

Setzt man entsprechend der Herleitung von Gl.(12) p_{el} aus Gl.(4) in Gl.(16) ein und berücksichtigt noch, daß der visköse Druck am Maximum der Druck-Durchmessercurven Null sein muß, da hier dD/dt Null ist, so ergibt sich für den viskösen Druck

$$p_{vis} = (p_{gem} - p_{max}) - E \cdot (D - D_{max}) \quad . \quad (17)$$

Hierin bedeuten $p_{\max}$ den systolischen Druck und $D_{\max}$ den systolischen Durchmesser.

In diesem Fall sind E und p_{vis} nicht bekannt. Man setzt deshalb entsprechend dem oben beschriebenen Vorgehen z.B. $E = 1$, berechnet damit nach Gl.(9) p_{vis} und stellt dies in Abhängigkeit von dD/dt auf dem Display des Digitalrechners dar. Falls dann im $p_{\text{vis}}-dD/dt$ -Diagramm eine Schleifenöffnung zu sehen ist, variiert man E solange, bis die Schleife verschwindet. In den Abbildungen 17-20 sind die Ergebnisse für diese Berechnungen wiederum an den vier Registrierbeispielen aus den Abbildungen 2-5 dargestellt, wobei die $p_{\text{vis}}-dD/dt$ -Kurven, die durch das Schließen der Schleifen erhalten wurde, als Einzelpunkte aufgetragen sind. Diese Darstellung erfolgte aus Gründen der Übersichtlichkeit, da durch die Differentiation des Durchmessers das Signal-Rausch-Verhältnis wesentlich verschlechtert wird und durchgezogene $p_{\text{vis}}-dD/dt$ -Kurven unübersichtlich würden.

Zusätzlich zu diesen nach Gl.(17) durch Schließen der Schleifen ermittelten $p_{\text{vis}}-dD/dt$ -Diagrammen sind jeweils noch diejenigen $p_{\text{vis}}-dD/dt$ -Diagramme als durchgezogene Kurven eingezeichnet, für die p_{vis} aus den in Abschnitt 3.3 ermittelten Werten von F_1 und F_2 nach Gl.(15) errechnet wurde.

Es zeigt sich, daß in allen Fällen die Übereinstimmung zwischen den auf diese beiden Arten ermittelten $p_{\text{vis}}-dD/dt$ -Diagramme befriedigend ist. Der empirisch gefundene Ansatz $F = F_1 + F_2 |dD/dt|$ stellt also tatsächlich eine gute Näherung für die Beschreibung des viskösen Verhaltens der Arterienwände dar.

Bei diesen Berechnungen von p_{vis} gemäß Gl.(17) hatte sich auch ergeben, daß die weitere Modifikation des Voigt-Modells (Abb.8b), bei der auch noch E (bzw. C) variabel angenommen ist, keine sichtbare Verbesserung mehr bringt. Dies liegt daran, daß zum einen die Nichtlinearität von E in allen Fällen nur schwach ausgeprägt ist, wie man den Abbildungen 13-16 entnehmen kann, und daß zum anderen die zeitlichen Ableitungen der Durchmesser sehr klein sind und durch die Differentiation des Durchmessers, wie schon erwähnt, das Signal-Rausch-Verhältnis wesentlich verschlechtert wird.

E = 33,5

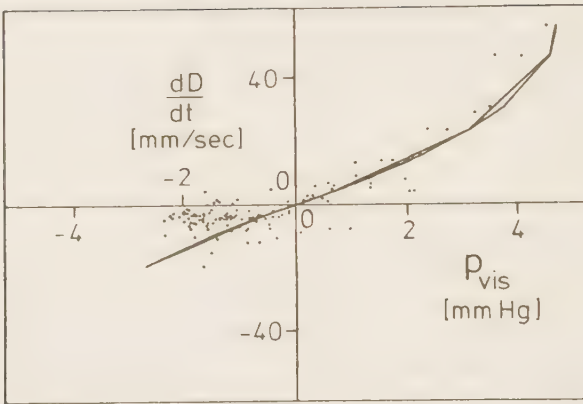


Abb.17. Visköser Druck (p_{vis}), aufgetragen gegen die zeitliche Ableitung des Durchmessers (dD/dt) für einen Puls des Arcus aortae des Hundes. Durchgezogene Kurve: p_{vis} , ermittelt aus den Werten von F_1 und F_2 von Abb.13 nach Gl.(15). Einzelpunkte: p_{vis} , ermittelt nach Gl.(17); der oben stehende Wert von E, mit dem p_{vis} gewonnen wurde, ist in mmHg/mm angegeben.

E = 92,9

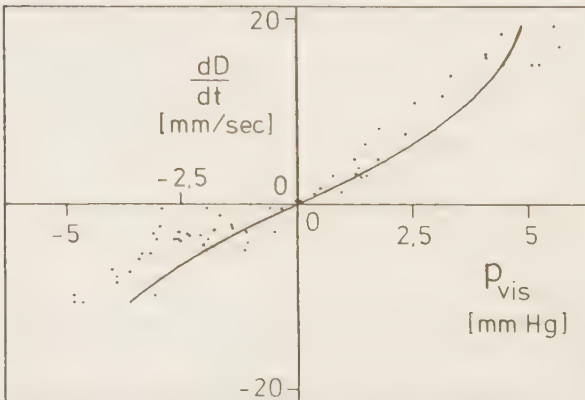


Abb.18. Visköser Druck (p_{vis}), aufgetragen gegen die zeitliche Ableitung des Durchmessers (dD/dt) für einen Puls der Aorta abdominalis des Hundes. Durchgezogene Kurve: p_{vis} , ermittelt aus den Werten von F_1 und F_2 von Abb.14 nach Gl.(15). Einzelpunkte: p_{vis} , ermittelt nach Gl.(17); der oben stehende Wert von E, mit dem p_{vis} gewonnen wurde, ist in mmHg/mm angegeben.

E = 645

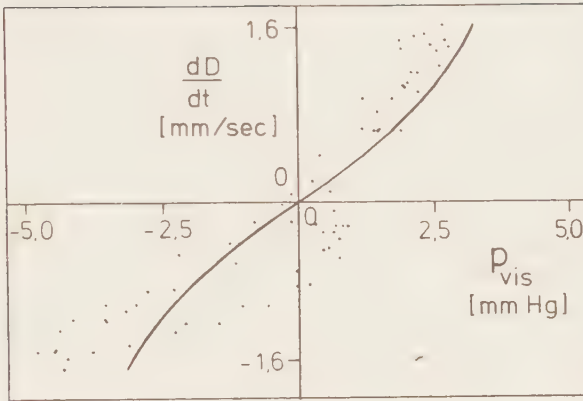


Abb.19. Visköser Druck (p_{vis}), aufgetragen gegen die zeitliche Ableitung des Durchmessers (dD/dt) für einen Puls der A.femoralis des Hundes. Durchgezogene Kurve: p_{vis} , ermittelt aus den Werten von F_1 und F_2 von Abb. 15 nach Gl.(15). Einzelpunkte: p_{vis} , ermittelt nach Gl.(17); der oben stehende Wert von E, mit dem p_{vis} gewonnen wurde, ist in mmHg/mm angegeben.

E = 637

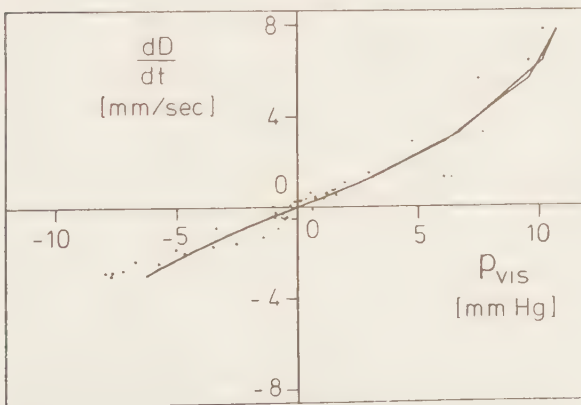


Abb.20. Visköser Druck (p_{vis}), aufgetragen gegen die zeitliche Ableitung des Durchmessers (dD/dt) für einen Puls der A.carotis des Hundes. Durchgezogene Kurve: p_{vis} , ermittelt aus den Werten von F_1 und F_2 von Abb.16 nach Gl.(15). Einzelpunkte: p_{vis} , ermittelt nach Gl.(17); der oben stehende Wert von E, mit dem p_{vis} gewonnen wurde, ist in mmHg/mm angegeben.

Die relativ schlechte Übereinstimmung der beiden auf die zwei verschiedenen Arten ermittelten p_{vis} - dD/dt -Diagramme für die Pulse der A.femoralis rührt in erster Linie von den im Vergleich zu den anderen untersuchten Pulsen sehr kleinen Werten von dD/dt her.

Es liegt an sich nahe, aus den im vorhergehenden und in diesem Abschnitt ermittelten Werten für F_1 , F_2 und E den dynamischen Elastizitätsmodul und den Verlustmodul für die hier untersuchten Arterien zu berechnen. Eine derartige Berechnung ist aber nicht sinnvoll, da F nicht konstant, sondern eine Funktion der Dehnungsgeschwindigkeit ist, somit also die lineare Theorie, die eine Umrechnung der Größen E und F in den tangentialen Elastizitätsmodul erlaubt, nicht mehr anwendbar ist. Für solche Berechnungen muß erst eine nichtlineare Theorie aufgestellt werden.

4. Diskussion

4.1. Modelle der Arterienwand

Von fast allen Autoren, die sich mit Modellen der Arterienwand beschäftigen, wird übereinstimmend das Voigt-Modell (Abb.7) als zu einfach für die Beschreibung des visko-elastischen Verhaltens von Arterien bezeichnet, insbesondere wegen der Ergebnisse, die bei der Bestimmung des dynamischen Elastizitätsmoduls sowie des Verlustmoduls an Arteriensegmenten in vitro erhalten wurden (Übersichten bei WETTERER und KENNER (1968), neuere Arbeiten: WESTERHOF und NOORDERGRAAF (1970), COX (1972)). Deshalb versuchte schon RANKE (1934) ein komplizierteres Modell, nämlich das elastisch-viskös-elastische Modell (Abb.21), das früher Levin-Wyman-Modell genannt wurde und neuerdings auch als Kelvin-Modell bezeichnet wird (siehe z.B. FUNG (1971)), zur Beschreibung der Arterienwände heranzuziehen.

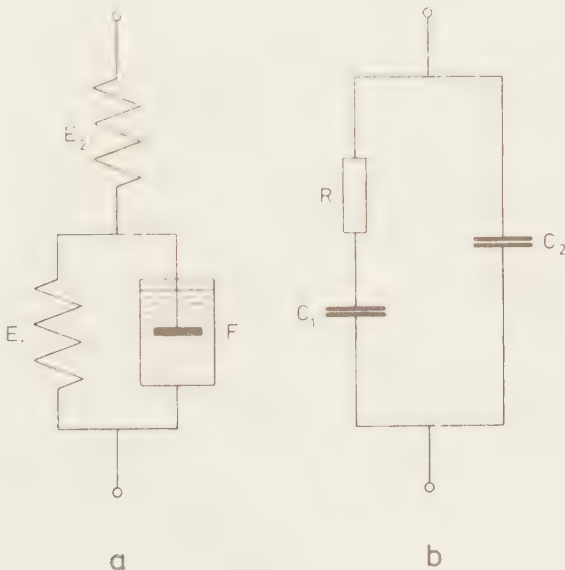


Abb.21. Kelvin-Modell a) mechanisches Modell: E_1 , E_2 = Federn, F = Dämpfungstopf; b) elektrisches Ersatzschaltbild: C_1 , C_2 = Kondensatoren, R = Ohmscher Widerstand.

Ein anderes 3-Elemente-Modell (Abb.22), das z.B. von Julia APTER (1966) zur Erklärung ihrer experimentellen Befunde angewendet wurde, kann gegenüber dem Kelvin-Modell nach Abb.21 prinzipiell keine neuen Ergebnisse liefern, da beide Modelle sich ineinander umrechnen lassen, wie FUNG (1971) gezeigt hat.

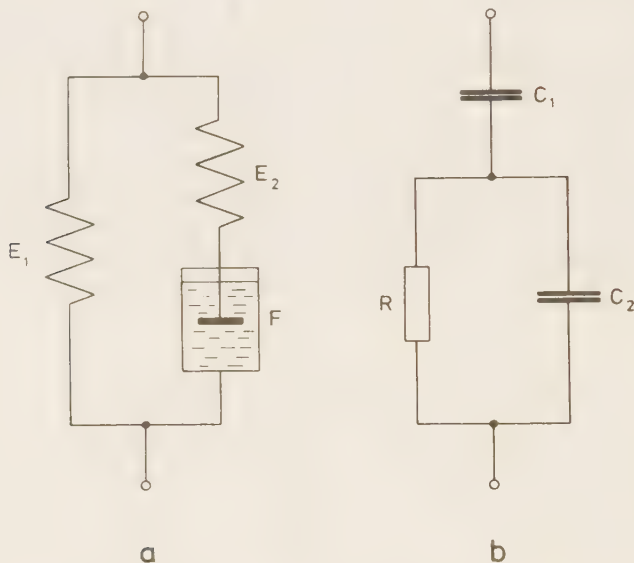


Abb.22. 3-Elemente-Modell a) mechanisches Modell: E_1 , E_2 = Federn, F = Dämpfungstopf; b) elektrisches Ersatzschaltbild: C_1 , C_2 = Kondensatoren, R = Ohmscher Widerstand.

Das nächst kompliziertere Modell, das zur Untersuchung der Arterienwand herangezogen werden kann, ist ein 4-Elemente-Modell gemäß Abb.23. Hier ist in Erweiterung des Kelvin-Modells nach Abb.21 auch zur zweiten Feder ein Dämpfungstopf parallelgeschaltet. Dies ist insofern naheliegend, als in der Natur sicherlich keine Elastizitäten ohne Reibungsverluste auftreten. Das elektrische Ersatzschaltbild dieses Modells (Abb.23b) besteht in der Parallelschaltung von zwei RC-Gliedern; es können hier also zwei verschiedene Zeitkonstanten auftreten.

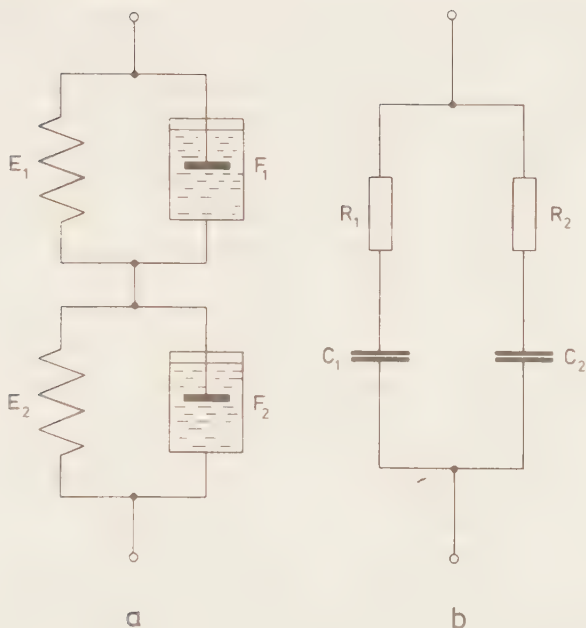


Abb.23. 4-Elemente-Modell a) mechanisches Modell: E_1, E_2 = Federn, F_1, F_2 = Dämpfungstüpf b) elektrisches Ersatzschaltbild: C_1, C_2 = Kondensatoren, R_1, R_2 = Ohmsche Widerstände.

Weiterhin wurden Versuche unternommen, das mechanische Verhalten von Arterien mit 5-Elemente-Modellen (WESTERHOF und NOORDERGRAAF (1970), COX (1972), WESSELING et al. (1973)), teilweise sogar mit 9-Elemente-Modellen (GOEDHARD und KNOOP (1973)) zu beschreiben.

Prinzipiell lassen sich für alle Modelle Rechnungen entsprechend den Gleichungen (1) bis (5) derart durchführen, daß man den gemessenen Druck jeweils in einen elastischen und einen viskosen Druck aufspaltet. Allerdings ist ohne eine zusätzliche Messung nur noch für das 3-Elemente-Modell nach Abb.21 eine vollständige Berechnung des elastischen und des viskosen Drucks möglich. Für alle komplizierteren Modelle wären für die entsprechende Berechnung eines p_{el} und eines p_{vis} noch weitere Messungen nötig. So würde man

beispielsweise beim 4-Elemente-Modell (Abb.23) außer der gesamten Längenänderung der beiden Voigt-Elemente zusammen auch noch die Längenänderung eines der beiden Voigt-Elemente allein benötigen, um eine Berechnung des elastischen und des viskösen Drucks durchführen zu können. Da derartige Messungen prinzipiell nicht möglich sind, wurde hier der Versuch unternommen, das 4-Elemente-Modell nach Abb.23 unter vereinfachenden Annahmen zu untersuchen. So haben wir einmal angenommen, daß die beiden Zeitkonstanten sich nicht allzusehr unterscheiden, oder wir haben die Berechnungen von p_{el} und p_{vis} an Druck- und Durchmesserpulsen mit sehr langer Pulszyklusdauer durchgeführt.

Bei der Untersuchung der Druck-Durchmesser Beziehung auf der Grundlage des 3-Elemente-Modells sowie bei der näherungsweise Untersuchung von Druck-Durchmesser-Diagrammen mit dem 4-Elemente-Modell hat sich aber gezeigt, daß eine Lösung des gestellten Problems, die Beseitigung der Schleifen in den p-D-Diagrammen, ebenso unvollständig gelingt wie mit dem einfachen Voigt-Modell nach Abb.7. Hieraus kann man folgern, daß es nicht möglich ist, durch noch so komplizierte Modelle das Verhalten der Arterienwände befriedigend nachzuahmen, solange die einzelnen Elemente, aus denen die Modelle aufgebaut sind, als konstant angenommen werden. Diese komplizierten Modelle stellen somit im Bereich der normalen Blutdruckamplitude gegenüber dem Voigt-Modell keine Verbesserung dar; deshalb wurde hier auf eine ausführliche Darstellung unserer diesbezüglichen Untersuchungen verzichtet.

In der Literatur finden sich zahlreiche Hinweise darauf, daß der Faktor F, der ja im wesentlichen den Koeffizient der inneren Wandreibung für die Arterie darstellt (vgl. Tab.1), frequenzabhängig ist (BERGEL (1961), LEAROYD und TAYLOR (1966), HARDUNG (1970), BERGEL und SCHULTZ (1971), FUNG (1972), GOW (1972), TAYLOR (1973)). Bei der Untersuchung des Verlustmoduls der Arterienwand zeigt sich, daß der Koeffizient der inneren Wandreibung mit zunehmender Frequenz abnimmt. Jedoch sind irgendwelche Bestrebungen, durch Schließen der Schleifen die rein elastischen und die rein viskösen Parameter der Blutgefäßwand zu trennen und einzeln zu erfassen, in der einschlägigen Literatur bisher nicht zu finden.

Das Ergebnis unserer Untersuchungen steht in Übereinstimmung mit den aus der Literatur zu entnommenen Ergebnissen. Die Arterienwand zeigt ein nichtlineares elastisches Verhalten, d.h. der Widerstand der Wand gegen eine Dehnung nimmt mit wachsender Dehnung nichtlinear zu. Der Widerstand läßt sich mit dem Ansatz $F = F_1 + F_2 \left| \frac{dD}{dt} \right|$ mit sehr guter Näherung beschreiben läßt.

4.2. Zur Frage der annähernden Linearität der Druck-Durchmesserbeziehungen von Arterien

Die Frage nach der Linearität der Arterienwand im Bereich der normalen Blutdruckamplitude läßt sich mit Hilfe der Ergebnisse beantworten, die in den Abbildungen 13-16 und 17-21 dargestellt sind. Bezüglich des elastischen Verhaltens läßt sich für alle untersuchten Arterien auch schon bei den Druckamplituden von 35 bis 55 mmHg das nichtlineare elastische Verhalten der Arterienwand, das sich in einer weniger als proportionalen Zunahme des Durchmessers mit wachsendem Druck äußert, erkennen. Allerdings ist diese Nichtlinearität überall viel weniger ausgeprägt, als dies z.B. von GIK und TIKHITZ (1968) angenommen wurde. Die zum Teil stark ausgeprägte Krümmung der von diesen Autoren gezeigten Druck-Durchmesser-Kurven ist nicht beweiskräftig und könnte eine Nichtlinearität des elastischen Verhaltens der Wannelemente zur Voraussetzung sein. Besonders in den Fällen, in denen der p-l-Verlauf sehr steil, der Abfall dagegen langsam erfolgt, scheint aufgrund der Ausbauchung der p-l-Schleife eine starke Nichtlinearität vorzuliegen. Erst durch das von uns vorgenommene Schließen der Schleifen läßt sich der tatsächliche Verlauf

Nichtlinearität erkennen. Eine quantitative Aussage über die Auswirkung der Nichtlinearität für die Zeitfunktionen von elastischem Druck und Durchmesser (siehe Abb.24a bis 27a) ist praktisch nicht möglich, da die Formunterschiede zu klein sind. Besser eignet sich dafür ein Vergleich von elastischem Druck und Durchmesser in der Frequenzebene. Ein entsprechendes Vorgehen wählten deshalb auch GOW und TAYLOR (1968) in ihrer Untersuchung der visko-elastischen Eigenschaften von Arterien.

Um diesen Vergleich durchzuführen, haben wir jeweils den elastischen Druck p_{el} und den zugehörigen Durchmesser D einer Fourieranalyse unterzogen und die beiden Spektren in einem Bode-Diagramm dargestellt. Bei völliger Linearität des elastischen Verhaltens der Arterienwand müssen die beiden Spektren exakt übereinstimmen. Abweichungen zwischen beiden sind also ein Maß für den Grad der Nichtlinearität, wenn man von der Streuung der Meßwerte absieht.

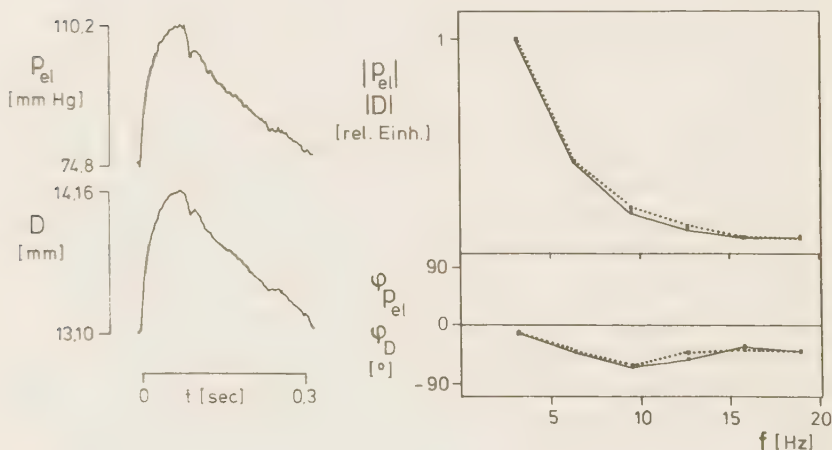
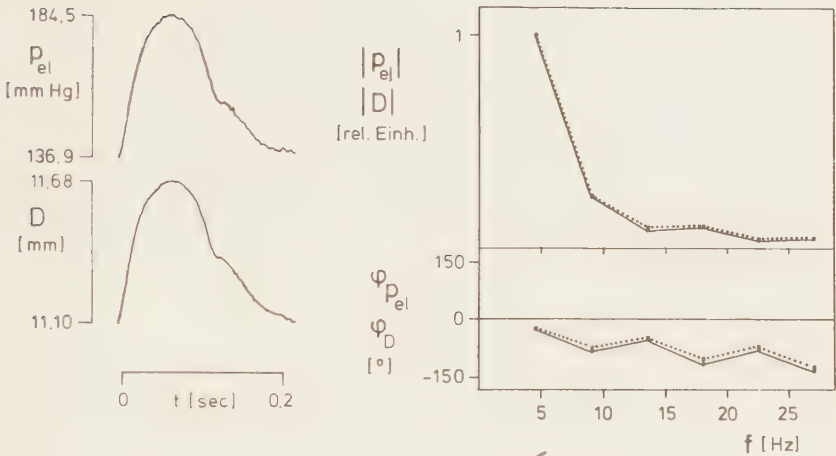


Abb.24. Links: elastischer Druck (p_{el}) und Durchmesser (D) des Arcus aortae des Hundes. Rechts: aus den Pulsen berechnete Spektren, aufgetragen nach Betrag (oben) und Phase φ (unten) in Abhängigkeit von der Frequenz f . --□-- Spektrum von p_{el} , ..x... Spektrum von D . Die Beträge der 1. Harmonischen von p_{el} und D sind gleich 1 gesetzt.



Ab.25. Links: elastischer Druck (p_{el}) und Durchmesser (D) der Aorta abdominalis des Hundes. Rechts: aus den Pulsen berechnete Spektren, aufgetragen nach Betrag (oben) und Phase φ (unten) in Abhängigkeit von der Frequenz f . --□-- Spektrum von p_{el} , ..x... Spektrum von D . Die Beträge der 1. Harmonischen von p_{el} und D sind gleich 1 gesetzt.

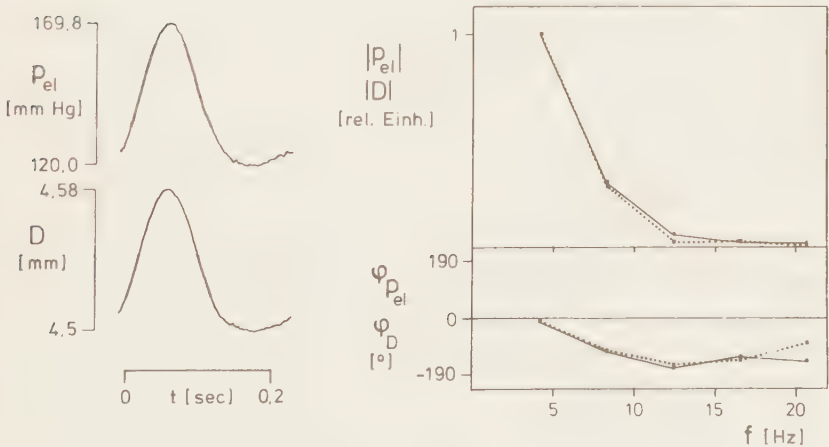


Abb.26. Links: elastischer Druck (p_{el}) und Durchmesser (D) der A.femoralis des Hundes. Rechts: aus den Pulsen berechnete Spektren, aufgetragen nach Betrag (oben) und Phase φ (unten) in Abhängigkeit von der Frequenz f . --□-- Spektrum von p_{el} , ..x... Spektrum von D . Die Beträge der 1. Harmonischen von p_{el} und D sind gleich 1 gesetzt.

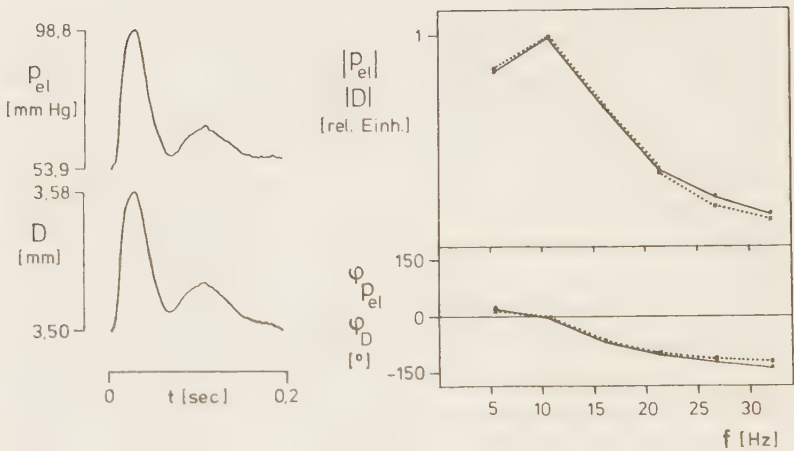


Abb.27. Links: elastischer Druck (p_{el}) und Durchmesser (D) der A. carotis communis des Hundes. Rechts: aus den Pulsen berechnete Spektren, aufgetragen nach Betrag (oben) und Phase (unten) in Abhängigkeit von der Frequenz f . --- Spektrum von p_{el} , ..x... Spektrum von D . Die Beträge der 2. Harmonischen von p_{el} und D sind gleich 1 gesetzt.

In den Abbildungen 24-27 sind links jeweils p_{el} und D und rechts die zugehörigen Spektren für die vier Beispiele in den Abbildungen 2-5 wiedergegeben. Es zeigt sich, daß die Abweichungen sowohl bei den Beträgen als auch bei den Phasenwinkeln vernachlässigbar klein sind. Größere Abweichungen in den Phasen treten nur dort auf, wo die Beträge sehr klein sind, sodaß diese Abweichungen schon aus diesem Grund nicht ins Gewicht fallen können. Das elastische Verhalten von Arterien im Bereich der normalen Blutdruckamplituden kann somit praktisch als linear betrachtet werden. Größere Abweichungen vom linearen Verhalten sind erst bei großen Druckamplituden zu erwarten, da hier die elastischen Druck-Durchmesser-Kurven deutlich gekrümmt sind, wie sich aus den bekannten statischen bzw. quasistatischen Druck-Durchmesser-Kurven erkennen läßt.

Stärker ausgeprägt ist die Nichtlinearität der Arterienwand bezüglich des viskösen Anteils, wie die Abbildungen 17-20 erkennen lassen. Bedenkt man aber, daß der visköse Anteil des Drucks zum Gesamtdruck in den hier gezeigten Beispielen nur einen Beitrag von maximal 10 % liefert, so darf man sicherlich sagen, daß für viele Fragestellungen der Zusammenhang zwischen dem transmuralen Druck und dem Durchmesser von Arterien im Bereich der normalen Blutdruckamplituden mit guter Annäherung als linear betrachtet werden kann.

5. Zusammenfassung

Wie alle hochdehnbaren biologischen Gewebe zeigen auch Arterien ein nichtlineares Dehnungsverhalten. Für die Bestimmung der Wandeigenschaften aus natürlichen Druck- und Durchmesserpulsen ist die Frage von entscheidender Bedeutung, wie stark diese Nichtlinearität im Bereich der normalen Blutdruckamplituden ausgeprägt ist. Bei dynamischen Druckänderungen, wie sie im natürlichen Kreislauf vorhanden sind, weisen die Druck-Durchmesser-Diagramme aufgrund der visko-elastischen Wandeigenschaften der Arterien Hysteresisschleifen auf. Diese Schleifen verdecken das nicht-lineare Dehnungsverhalten, sodaß es nicht ohne weiteres möglich ist, aus den in vivo registrierten Druck- und Durchmesserpulsen die Nichtlinearität der Arterien im Bereich der normalen Blutdruckamplitude zu erkennen.

Prinzipiell muß man unterscheiden zwischen einem nicht-linearen elastischen und einem nichtlinearen viskösen Verhalten der Arterienwand. In der vorliegenden Arbeit werden die methodischen Grundlagen dargestellt, die erstmals die getrennte Erfassung der nichtlinearen elastischen und viskösen Dehnungseigenschaften von Arterien in situ gestatten.

Der transmurale Druck p setzt sich aus zwei Anteilen zusammen, einem elastischen (p_{el}) und einem viskösen (p_{vis}) Teil. Der elastische Anteil ist nur vom Durchmesser (D), der visköse nur von der zeitlichen Ableitung des Durchmessers (dD/dt) abhängig. Es ist deshalb möglich, aus der Differenz zwischen dem transmuralen Druck und der zeitlichen Ableitung des Durchmessers, die mit einem geeigneten Faktor multipliziert werden muß, den elastischen Druck zu berechnen. Der Faktor ist dann richtig gewählt, wenn die Hysteresisschleife in dem p_{el} - D -Diagramm verschwindet. Trägt man den elastischen Druck gegen den Durchmesser in einem Diagramm so auf, kann man das elastische Verhalten von Arterien unmittelbar aus dem Verlauf der Kurve erkennen. Andererseits läßt sich aus der Differenz zwischen dem transmuralen Druck und dem mit einem geeigneten Faktor multiplizierten Durchmesser der visköse Druck errechnen. Aus dem

p_{vis} - dD/dt -Diagramm ist zu erkennen, wie stark die Nichtlinearität des viskösen Verhaltens der Arterienwand ausgeprägt ist.

Entsprechende Untersuchungen wurden am Arcus aortae, an der Aorta abdominalis, der A.femoralis und der A.carotis communis von Hunden durchgeführt. Es zeigt sich, daß im Bereich der normalen Blutdruckamplitude die Nichtlinearität des elastischen Verhaltens der Arterienwand nur sehr schwach, die Nichtlinearität des viskösen Verhaltens dagegen deutlicher ausgeprägt ist. Der visköse Druck steigt mit zunehmendem dD/dt immer weniger an. Arterienwände weisen also thixotropes Verhalten auf, d.h. der Widerstand der Wand gegen eine Formänderung nimmt mit wachsender Dehnungsgeschwindigkeit ab.

Insgesamt ist der Beitrag des viskösen Drucks zum transmuralen Druck nicht größer als maximal 10 %, sodaß dieser Beitrag zur Nichtlinearität des gesamten Dehnungsverhaltens nur wenig ins Gewicht fällt.

Als wesentliche Erkenntnis ergibt sich aus diesen Untersuchungen, daß die Nichtlinearität der Arterienwand im Bereich der normalen Blutdruckpulsationen eine weit geringere Rolle spielt, als meistens angenommen wird. Für viele Fragestellungen kann das Dehnungsverhalten von Arterien mit guter Näherung als linear betrachtet werden.

Literatur

- APTER, J.T.: Correlation of viscoelastic properties of large arteries with microscopic structure. I, III. Circulat.Res. 19, 104-121 (1966).
- BAUER, R.D., and Th.PASCH: The quasistatic and dynamic circumferential elastic modulus of the rat tail artery studied at various wall stresses and tones of the vascular smooth muscle. Pflügers Arch. 330, 335-346 (1971).
- BERGEL, D.H.: The dynamic elastic properties of the arterial wall. J.Physiol.(Lond.) 156, 458-469 (1961).
- BERGEL, D.H.: The measurement of lengths and dimensions. In: D.H.BERGEL (Ed.), Cardiovascular fluid dynamics, Vol.I, pp. 91-114. London-New York: Academic Press 1972.
- BERGEL, D.H., and D.L.SCHULTZ: Arterial elasticity and fluid dynamics. Progress in Biophys. and Mol.Biol. 22, 1-36 (1971).
- BUSSE, R.: Ein neuer theoretischer und experimenteller Weg zur Bestimmung des Übertragungsmaßes und des Wellenwiderstandes an Arterien in situ. Habil.-Schrift, Erlangen 1976.
- BUSSE, R., R.D.BAUER, Y.SUMMA, H.KÖRNER, and Th.PASCH: Comparison of the visco-elastic properties of the tail artery in spontaneously hypertensive and normotensive rats. Pflügers Arch. 364, 175-181 (1976).
- COBBOLD, R.S.C.: Transducers for biomedical measurements: Principles and applications. New York: Wiley and Sons 1974.
- COX, R.H.: A model for the dynamic mechanical properties of arteries. J.Biomech. 5, 135-152 (1972).

FLÜGGE, W.: Viscoelasticity. 2nd ed.

Springer-Verlag, Berlin - Heidelberg - New York 1975.

FRANK, O.: Die Elastizität der Blutgefäße.

Z.Biol. 71, 255-272 (1920).

FUNG, Y.C.: Comparison of different models of the heart muscle.

J.Biomech. 4, 289-295 (1971).

FUNG, Y.C.: Stress-strain-history relations of soft tissues in simple elongation.

In: Y.C.FUNG, N.PERRONE, and M.ANLIKER (Eds.), Biomechanics - Its foundations and objectives. pp. 181-208. Prentice-Hall, New Jersey 1972.

GOEDHARD, W.J.A., and A.A.KNOOP: A model of the arterial wall.

J.Biomech. 6, 281-288 (1973).

GOW, B.S.: The influence of vascular smooth muscle on the viscoelastic properties of blood vessels.

In: D.H.BERGER (Ed.), Cardiovascular fluid dynamics, Vol.II, pp. 65-110. Academic Press, London-New York 1972.

GOW, B.S., and M.G.TAYLOR: Measurement of viscoelastic properties of arteries in the living dog.

Circulat.Res. 23, 111-122 (1968).

GOW, B.S., D.SCHONFELD, and D.J.PATEL: The dynamic elastic properties of the canine left circumflex coronary artery.

J.Biomech. 7, 389-395 (1974).

HARDUNG, V.: Dynamische Elastizität und innere Reibung muskulärer Blutgefäße bei verschiedener durch Dehnung und tonische Kontraktion hervorgerufener Wandspannung.

Arch.Kreisf.-forsch. 61, 83-100 (1970).

KOBER, G., und J.O.ARNOLD: Die Druck-Durchmesser-Beziehung der A.carotis communis des wachen Menschen.

Pflügers Arch. 314, 27-39 (1970).

- LANDES, G.: Studien zur Theorie des Blutdrucks und der Blutströmung in den Arterien.
Z.Biol. 101, 1-20 (1942).
- LEAROYD, B.M., and M.G.TAYLOR: Alternations with age in the viscoelastic properties of human arterial walls.
Circulat.Res. 18, 278-292 (1966).
- MCDONALD, D.A.: Blood flow in arteries. 2nd ed.
Edward Arnold, London 1974.
- MILLAR, H.D., and L.E.BAKER: A stable ultraminiature catheter-tip pressure transducer.
Med.Biol.Eng. 11, 86-89 (1973).
- RANKE, O.F.: Die Dämpfung der Pulswelle und die innere Reibung der Arterienwand.
Z.Biol. 95, 179-204 (1934).
- RÖDENBECK, M.: Zusammenhang elektrischer Analogien mit hydrodynamischen Kreislaufrößen.
Z.Kreisl.-Forsch. 56, 351-359 (1967).
- RONNIGER, R.: Über eine Methode der übersichtlichen Darstellung hämodynamischer Zusammenhänge.
Arch.Kreisl.-Forsch. 21, 127-160 (1954).
- RUSHMER, R.F.: Methods in medical research.
Vol.11. Chicago: Year Book Med.Publ. 1966.
- TAYLOR, M.G.: Hemodynamics.Annu.Rev.Physiol. 35, 87-116 (1973).
- WESSELING, K.H., H.WEBER, and B.de WIT: Estimated five component viscoelastic model parameters for human arterial walls.
J.Biomech. 6, 13-24 (1973).
- WESTERHOF, N., and A.NOORDERGRAAF: Arterial viscoelasticity: a generalized model. J.Biomech. 3, 357-379 (1970).

WETTERER, E., und Th.KENNER: Grundlagen der Dynamik des Arterienpulses.

Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York 1968.

WETTERER, E., R.BUSSE, R.D.BAUER, A.SCHABERT, and Y.SUMMA:
Photoelectric device for contact-free recording of the
diameters of exposed arteries in situ.

Pflügers Arch. 368, 149-152 (1977).

Ich möchte meinem verehrten Lehrer, Herrn Prof.Dr.E.Wetterer, für die Anregung zu dieser Arbeit sowie seine stets kritischen und hilfreichen Diskussionen von ganzem Herzen danken.

Ferner möchte ich meinen Kollegen Herrn Priv.-Doz.Dr.Rudi Busse, Herrn Dr. Alfred Schabert und Herrn Dr. Yousif Summa meinen Dank aussprechen für die zahlreichen Anregungen sowie für viele wertvolle Ratschläge.

Copy - Center 2000
852 ERLANGEN · Obere Karlstr. 30
Tel. 09131-26197